

Escuela Técnica Superior de Ingeniería
UNIVERSIDAD DE HUELVA
Departamento de Ciencias Integradas

Profesor: *Sixto Romero Sánchez*

Asignatura: *Matemáticas II*

Curso: 2022/2023

Consulta bibliográfica: (Libros, Apuntes, Internet; Ayuda externa)- **Porcentaje:** %

Nombre:

Grado: _____

Itinerario FP: _____ Bachillerato: _____

Nuevo Ingreso: _____ Convocatoria: _____

Las Matemáticas, la ciencia de las estructuras, constituyen una forma de mirar al mundo, tanto el mundo físico y sociológico como nuestro mundo interior, nuestra mente y nuestros pensamientos.

Si os hago la pregunta: ¿qué son las Matemáticas?, es muy probable que reciba la respuesta «*las Matemáticas son el estudio de los números*». A poco que insistamos acerca a qué clase de estudio se refiere, podremos inducirlos a la descripción de la ciencia de los números. Pero no conseguiremos ir más allá. Y, pensad, que con ello habremos obtenido una descripción de las Matemáticas de ser exacta hará 2500 años.

Hoy, como día de presentación, pretendo, exclusivamente, que contestéis a las cuestiones que se os plantea sin más objetivo que conocer, aunque sea de forma mínima, cuál es vuestro conocimiento sobre algunas de las partes de las Matemáticas, en definitiva, poder intuir con qué cultura matemáticas abordaréis el presente curso.

¡PARA EMPEZAR! DE TODO UN POCO...

0. OPINIÓN PERSONAL. ¿Crees que las Matemáticas, en este caso a través de Matemáticas II, que vas a estudiar en este curso te servirán para el desarrollo ulterior de tu vida profesional? Justifica la respuesta.

1. DE HISTORIA. Los grandes avances en las Matemáticas, a lo largo de los siglos, han estado desarrollados por hombres y mujeres:

- a) Esto no debe ser muy complicado: ¿Sabrías decirnos el nombre de cuatro matemáticos y su aportación en el campo correspondiente de las Matemáticas?

RESPUESTA:

- b) Con esta cuestión, quizás te lo pongamos un poco más difícil: ¿y el nombre de, solo, dos mujeres matemáticas con su correspondiente aportación?

RESPUESTA:

2. DE REPRESENTACIONES GRÁFICAS. ¿Existen muchas dificultades en el alumnado...? para comprender bien las representaciones gráficas de modelos que representen algunos aspectos de la vida cotidiana:

- a) Expresar una gráfica en R^2 dónde se muestre el crecimiento continuo de las ganancias de una determinada empresa. Otra donde se muestre el crecimiento discontinuo.

RESPUESTA:

- b) Una gráfica R^2 en dónde se exprese la linealidad de crecimiento de las hojas de un árbol.

RESPUESTA:

- c) Una gráfica en R^2 dónde se muestre el crecimiento exponencial de un cultivo de bacterias.

RESPUESTA:

3. DE LAS MATEMÁTICAS DE TODOS LOS DÍAS. Un solo ejemplo. Estoy seguro que os pasado también a vosotros, y si no, os invito a ir a la cocina de vuestra casa, haced pruebas. En la figura anexa, existen dos ollas de forma cilíndrica:

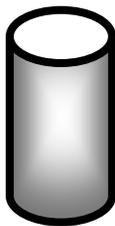


Fig. 1



Fig. 2

La fig.1 tiene de radio de la base **12 cm** y de altura **16 cm**. La fig.2 tiene de radio de la base **24 cm** y de altura **8 cm**. Si los dos cilindros corresponden a sendas ollas, la pregunta que os hacemos es: ¿contendrán la misma cantidad de un líquido, por ejemplo, agua? ¿Sí? ¿No? Justificar la respuesta.

RESPUESTA:

4. DE LAS MATEMÁTICAS COMO ... MATEMÁTICAS

4.1. EL INFINITO. UNA MANERA DE MOVERSE UN TIPO DE HORMIGAS. Fijaros en la figura 3, imaginemos una hormiga aún más pequeña de lo que es, casi como un puntito. La hormiga se encuentra en el lugar A y se desplaza siguiendo el recorrido rectilíneo AB, porque ha visto que en B hay una miga de pan. Supongamos que el recorrido AB es de 1 m de largo. La hormiga se pone en marcha y llega al punto C, situado justo en la mitad entre el A y el B; ha recorrido por lo tanto medio metro. Está muy feliz porque sólo le queda recorrer la otra mitad del camino. Pero, ¡justamente ahora empiezan los problemas.

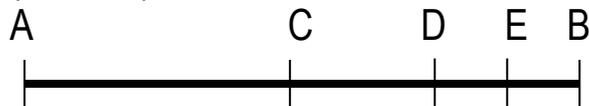


Fig.3

Para ir de C a B debe antes llegar a D, punto medio entre C y B. El tramo CD es por lo tanto $\frac{1}{4}$ de largo. Ahora, para ir de D a B debe llegar al punto intermedio, o sea, recorrer $\frac{1}{8}$ del recorrido entero. ¿Y bien? La hormiga debe recorrer una distancia que es la suma de infinitos tramos, suma que se representa así:

$(\frac{1}{2}) + (\frac{1}{4}) + (\frac{1}{8}) + (\frac{1}{16}) + \dots$ ¿Llegará la hormiga a comerse la miga de pan? Justifica la respuesta.

RESPUESTA:

4.2. MOVIMIENTO DE OTRO TIPO DE HORMIGAS. Si otro tipo de hormigas se movieran sumando las distancias así: $(\frac{1}{3}) + (\frac{1}{9}) + (\frac{1}{27}) + \dots$

¿Qué es lo que sucede? ¿Representa gráficamente la situación? ¿Llegará a comerse la miga en esta ocasión?

RESPUESTA:

4.3. EJERCICIOS Y PROBLEMAS SENCILLOS

a) Calcular

$$\frac{\sqrt{\sqrt{5}}}{1 + \sqrt{5}} ; \quad \sum_1^n i ; \quad \frac{55 - \sqrt{7}}{55 + \sqrt{7}} ;$$

RESPUESTA:

b) Poner un ejemplo, respectivamente, de función continua, discontinua y función integrable.

RESPUESTA:

c) Sean las funciones: 1) $f(x) = 3^{2x+5}$; 2) $f(x) = \ln_3(2x+5)$. ¿Podrías encontrar alguna relación entre ambos tipos de funciones? Hallar la derivada de ambas en $x = 0$.

RESPUESTA:

4.4. EJERCICIOS UN POCO MÁS COMPLICADOS

a) Calcular los límites siguientes:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2 + 5x - 6}{x^2 + 7} \right)^{x^4 + 5x^3 + 2} ; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - x + 3} - \sqrt{x^2 + 1});$$

RESPUESTA:

b). Hallar la derivada enésima de la función: $f(x) = \text{sen}(x - 5)$

RESPUESTA:

c). Calcular el valor de $3^{1.33}$ con un error menor que 0.01
RESPUESTA:

d). Representar gráficamente la función: $f(x) = \ln\left(\frac{2x+1}{2x-2}\right)$

RESPUESTA:

e) Una de juegos matemáticos.

Juegos de azar e información (Basado en el problema de Monty. J.M. R. Parrondo, Juegos Matemáticos). Una pequeña muestra de cinco.

e.1. Juego de los tres cofres. Cristian Gálvez es un presentador de TV en España de un concurso de televisión. Tras varios meses de programación en el programa final, a un concursante finalista le enseña tres cofres. En uno de ellos hay un gran premio y los otros dos están vacíos. El concursante elige nervioso uno de los cofres. Cristian aparta entonces el cofre elegido y con gran teatralidad abre el interior de los dos restantes cofres cerrando uno de ellos, con las dos manos lo vuelca enseñándolo al concursante y al público en el estudio, y se produce, ¿alegría, catástrofe al comprobar que no hay nada en su interior? El concursante suspira alegremente, ¿tiene razón para ello? Cristian muy profesional, le enseña los dos cofres que quedan cerrados y le ofrece la posibilidad de reconsiderar su decisión inicial con una gran parafernalia de música en el estudio y dice: "Ahora, si quieres eliges cualquiera de ellos". ¿Qué piensas que debería hacer el concursante? Razona la respuesta.

e.2 La paradoja de los dos sobres. En un programa de televisión el presentador enseña dos sobres a un concursante. En uno de ellos ha introducido cierta cantidad de dinero y en el otro el doble de dicha cantidad. El concursante elige uno de los dos sobres que se le ha entregado, lo abre y comprueba que hay 100 euros. El presentador le ofrece ahora la posibilidad de cambiar de sobre. ¿Cuál es la mejor estrategia para el concursante?

e.3. Problema de la bancarrota.

Alicia y Bruno están de enhorabuena. Un tío lejano les ha declarado herederos únicos en su testamento. En él indica que Alicia debe recibir 120.000 € y Bruno 40.000 €. Pero pronto se descubre que su patrimonio asciende sólo a 100.000 €. El albacea les propone que el reparto se haga de modo proporcional. El deseo del tío es que Alicia reciba el triple que Bruno. Por tanto, lo más correcto es dar 75.000 € a Alicia y 25.000 € a Bruno. De este modo se respeta escrupulosamente la proporción 3 a 1. Sin embargo, el astuto abogado de Alicia no está conforme: la pérdida total de los dos herederos, es decir, la diferencia entre lo que esperaban recibir y lo que van a recibir realmente, es de 60.000 €. Lo más justo sería repartir esta pérdida por igual: que cada uno pierda 30.000 € con respecto a lo testado. Siguiendo este criterio, Alicia debe recibir 90.000 € y Bruno 10.000€. El albacea está ahora bastante confundido ¿Cuál de las dos propuestas es la más justa?

e.4. Loterías. Imaginemos el siguiente juego de loterías. Un jugador A elige un número del 1 al 100 y lo anota en un papel. A continuación, extrae un número de un bombo con 100 bolas, enumeradas del 1 a 100. Gana si el número que anotó es menor o igual que el número que sale del bombo, pero gana la cantidad anotada en euros, Si el número en el papel es mayor que el que ha salido en el sorteo, entonces no gana nada. ¿Cuál es la mejor elección inicial, eligiendo un número cercano al 100 o alejado de él?

e.5. Forma de contar animales

Hace años se realizó el censo invernal de aves acuáticas contabilizando en Doñana 164.131 ejemplares". "El número de ballenas jorobadas en Baja California era aproximadamente 1450". ¿Cómo se obtienen estos números? ¿Es posible pensar que hay alguien que cuenta pacientemente todas las aves o ballenas que pasan delante de él? Y si es así, ¿cómo se las ingenia para no contar dos veces el mismo animal?

4.5. Resolver el sistema siguiente para los diferentes valores de p :

$$2px + y - z = 1$$

$$x - y + 3z = 0$$

$$3x + y + z = p$$

RESPUESTA:

4.6. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, calcular: A^2, A^3 . ¿Sabrías calcular, sin desarrollar, el valor de A^{2022} ?

RESPUESTA:

4.7. Calcular el valor de los determinantes:

a) $|A| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} =$

b) $|B| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \\ 8 & 8 & 8 & 8 \end{vmatrix}$

RESPUESTA:

